



LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA A TRAVÉS DE REPRESENTACIONES GRÁFICAS CON TECNOLOGÍA

Darly Alina Kú Euán

Eduardo Briceño Solís

darlyke@uqroo.mx

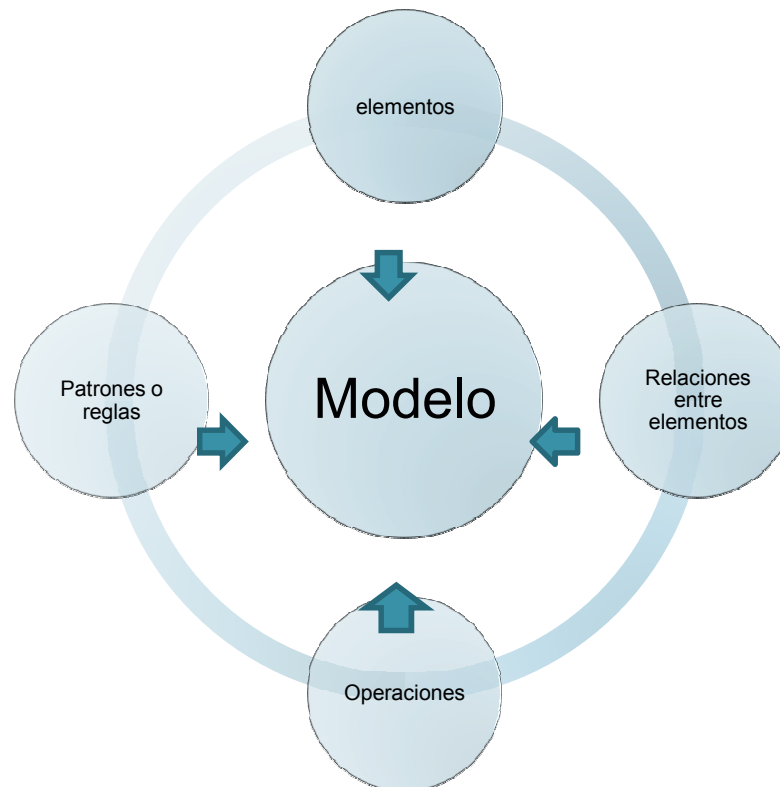
Universidad de Quintana Roo

Aprender y comprender matemáticas

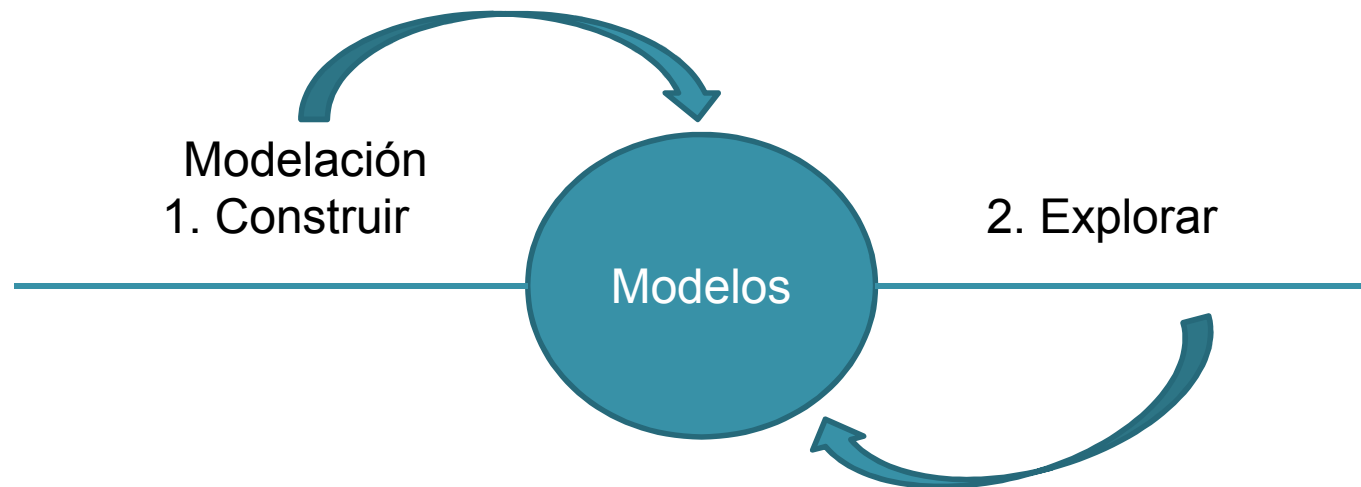
*Los estudiantes deben aprender las matemáticas con **comprensión**, construyendo activamente los nuevos conocimientos a partir de la experiencia y los conocimientos previos (NCTM, 2000).*

Modelos y Modelación

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso que implica una serie de ciclos de comprensión que son formados a partir de las experiencias en las cuales los sistemas conceptuales o modelos van siendo modificados hasta llegar a modelos más refinados (Lesh & Doerr, 2003)



Los estudiantes crean una serie de modelos y los pueden utilizar para generar resultados del modelo (implicaciones o predicciones) (Stroup et al., 2007)



Desarrollando la comprensión algebraica en estudiantes universitarios.

EL PROBLEMA DEL PETRÓLEO



- Esta actividad fue aplicada a un grupo de 25 estudiantes que cursaban Matemáticas Generales.
- Se trabajo en equipos de tres estudiantes, y cada estudiante tenía una calculadora.
- Esta actividad se encuentra en Vargas & Cristóbal (2012).

Problema. El petróleo

1. El precio de un barril de petróleo es de \$395.00.

- ¿Cuál es el costo de 4 barriles?
- ¿Cuánto debo pagar por $\frac{3}{4}$ de barril?
- Deseo comprar \$400.00 de petróleo ¿Qué cantidad deben darme?
- ¿ y si compro \$200.00?

2. El costo de un barril de petróleo Maya es de \$395.00 y el costo de un barril de petróleo Brent es de \$545.00

- Se hace una mezcla usando un barril de petróleo de cada tipo. ¿Cuánto cuesta un barril de petróleo de esa mezcla?
- ¿Si mezclo 15 barriles de petróleo Maya y 20 del Brent. ¿Cuánto cuesta un barril de petróleo de esa mezcla?
- ¿Qué cantidad debo mezclar de cada tipo de petróleo si deseo producir una mezcla, cuyo costo de cada barril que extraiga de esa mezcla producida sea de \$450.00? ¿Qué cantidad de cada mezcla tendría un barril ese petróleo?
- ¿Qué cantidad debo mezclar de cada tipo de petróleo si deseo producir una mezcla, cuyo costo de cada barril que extraiga de esa mezcla producida sea de \$600.00? ¿Qué cantidad de cada mezcla tendría un barril ese petróleo?

Ciclos de comprensión :

1er. Ciclo de comprensión: *Procedimientos aritméticos*

1.- El precio de un barril de petróleo es de \$ 395.00 (Petróleo Maya)

a) ¿cuál es el costo de 4 barriles? Dado: \$ 395.00 (costo del 1 barril)
4 Número de barriles

Para obtener el costo de los 4 barriles se multiplicó el número de barriles por el costo unitario por barril de petróleo.

Por lo tanto $(395.00)(4) = 1580$

\$ 1,580 es el costo total por 4 barriles de petróleo

b) ¿cuánto debe pagar por $\frac{3}{4}$ de barril? Dado: \$ 395.00 (costo del barril)
 $\frac{3}{4}$ Cantidad de barril deseada

Para obtener el costo de $\frac{3}{4}$ de barril se multiplican los $\frac{3}{4}$ de barril que se desean por el costo unitario del barril de petróleo

Por tanto $(\frac{3}{4})(\frac{395.00}{1}) = \frac{1185}{4} = 296.25$

\$ 296.25 es el costo total por $\frac{3}{4}$ de barril

El costo de un barril de petróleo Maya es de \$ 395.00 y el costo de barril de petróleo Brent \$ 545.00

Se hace una mezcla usando un barril de petróleo de cada tipo ¿cuánto cuesta un barril de petróleo de esta mezcla?

Para obtener el costo total de la mezcla de los dos barriles primero se tienen que sumar los costos de cada barril. Posteriormente el costo total se divide entre 2, ya que es el resultado total de la suma de la cantidad de barriles.

(1) 395.00
(1) 545.00

2 940.00

$940.00 / 2 = 470.00$

Dado 313.3 es el costo de la mezcla de los dos barriles de petróleo

(Vargas & Cristóbal, 2012)

2° Ciclo de comprensión: *Procedimientos algebraicos*

¿Qué cantidad debo mezclar de cada tipo de petróleo si deseo producir una mezcla (uso cada de cada barrel) que extienda de esta mezcla producida sea de 450.00

$$395(x) + 545(y) = 450$$

$$x + y = 1$$

$$395x + 545y = 450$$

$$395x + 545y = 450(x + y)$$

$$395x + 545y = 450x + 450y$$

$$395 - 450x = 450y - 545y$$

$$-55x = -95y$$

$$x = \frac{-95}{-55}$$

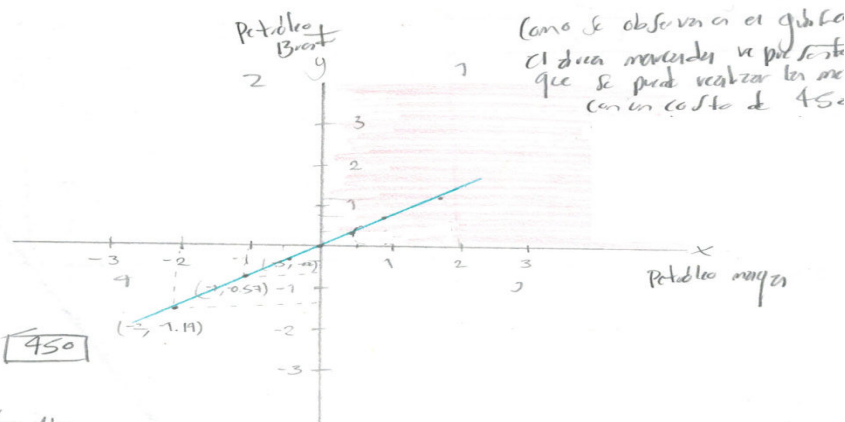
$$y = \frac{-55}{-95}$$

$$x = 1.727$$

$$y = 0.57$$

x	y
-2	-1.14
-1	-0.57
-0.5	-0.285
0	0
0.5	0.285
1	0.57
2	1.14

Para resolver este problema se genera una ecuación que permite simplificar de cada mezcla a costo del barrel de petróleo Brent y mayan, mediante esta ecuación se quiere conocer la cantidad de petroleos que deber tener cada uno de los barrels para poder formar una mezcla única con un costo de 450.



x = Petróleo Mayan
y = Petróleo Brent

(Vargas & Cristóbal, 2012)

- 3er. Ciclo de comprensión: *Procedimiento de escribir*

Para resolver este problema se genera una creación que permite ejemplificar de cómo manejar a costo del barril de petróleo Brent y maya, mediante esta creación se quiere conocer la cantidad de petrodólares que debe tener cada uno de los bancos para poder formar una moneda única con un costo de 450.

(Vargas & Cristóbal, 2012)

Estos primeros tres ciclos de comprensión permiten al estudiante construir el siguiente modelo:

$$\frac{395x + 545y}{x + y} = c \quad \text{costo de la mezcla por barril}$$

Explorando el modelo construido por los estudiantes

Actividad 1

En la pantalla de la calculadora se muestra la siguiente ecuación:

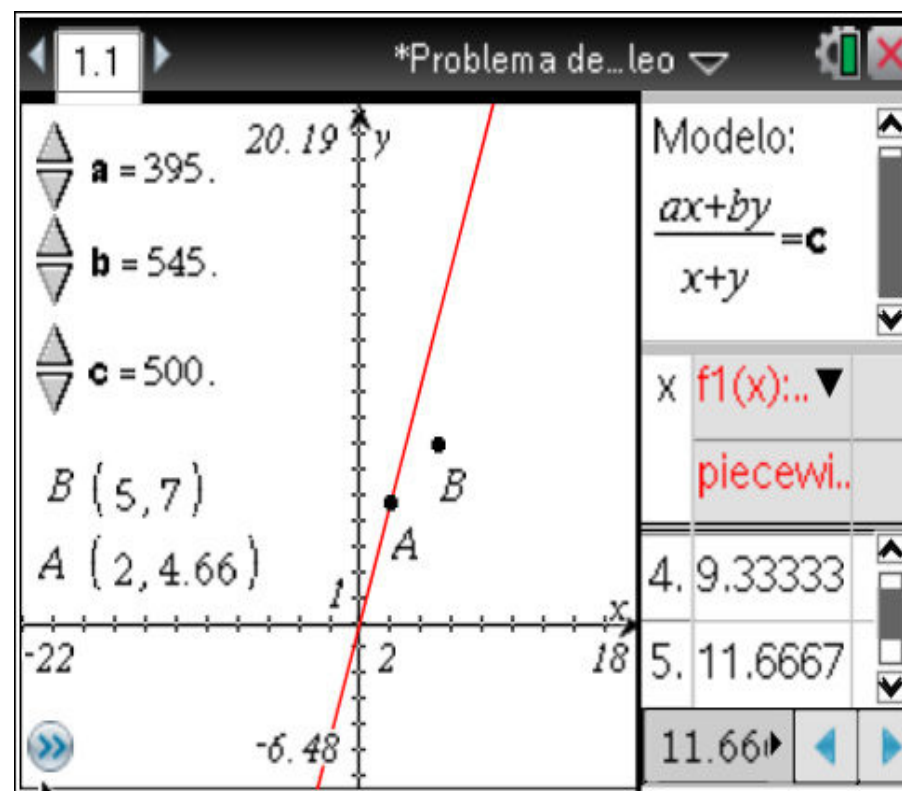
$$\frac{ax + by}{x + y} = c$$

a: costo del barril de petróleo Maya

b: costo del barril de petróleo Brent

c: costo de la mezcla de petróleo Maya y petróleo Brent

También encontrarás una tabla que te mostrará los valores que va tomando **x** e **y** cuando vas variando **a**, **b** y **c**.



De acuerdo a la ecuación que se encuentra en la pantalla de la calculadora, realiza lo siguiente (en cada caso, observa y realiza tus conjeturas):

- Fija los valores de $a= 395$ y $b=545$, y después varía el parámetro c (costo de la mezcla de petróleo Maya y petróleo Brent).
- Fija el valor de $a= 395$ y $c= 600$, y después varía el parámetro b (costo del barril de petróleo Brent).
- Fija el valor de $b= 600$ y $c= 800$, y después varía el parámetro a (costo del barril de petróleo Brent).

Con respecto a tus observaciones y conjeturas, responde y justifica las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la relación que existe al variar los parámetros a , b y c , con respecto al costo de la mezcla de petróleo Maya y Brent y los costos de los barriles Maya y Brent?
- b) ¿Qué observas que ocurre con las variables x e y al variar el costo de la mezcla por barril?
- c) ¿Podrías predecir cuál sería el costo de petróleo Maya y Brent, si el costo de la mezcla por barril es de \$700?

Evidencia:

- a) ¿Cuál es la relación que existe al variar los parámetros **a**, **b** y **c**, con respecto al costo de la mezcla de petróleo Maya y Brent y los costos de los barriles Maya y Brent?

395 = No hay
mezcla solo
es 1 barril de
Petróleo Maya

La posición de la recta va variando mientras el precio aumenta ^{se recorre} hacia el lado de los $y =$ Precio del petróleo Maya y cuando el precio disminuye su inclinación es más hacia los $x =$ Precio del petróleo Brent
Los costos siempre van a ser mayores a 395 y Menores a 545.

b) ¿Qué observas que ocurre con las variables x e y al variar el costo de la mezcla por barril?

cuando la recta se aproxima al eje Y , sabiendo que y , representa al petroleo brient, su costo sera un aproximado a su costo unitario. (545\$)

Y cuando la recta se aproxima mas al eje X , sabiendo que x , representa al petroleo Maya, su costo sera un aproximado a su costo unitario. (395\$)

c) Podrías predecir cuál sería el costo de petróleo Maya y Brent, si el costo de la mezcla por barril es de \$700.

\$700	{	Maya \$ 400		280	Los costos no pueden ser mayores a 545 ni menores a 395. Los precios están entre 395 y 545			
		Brent \$ 800		750				
\$800	{	Maya \$ 700		450		650		300
		Brent \$ 800		85		950		900

Actividad 2

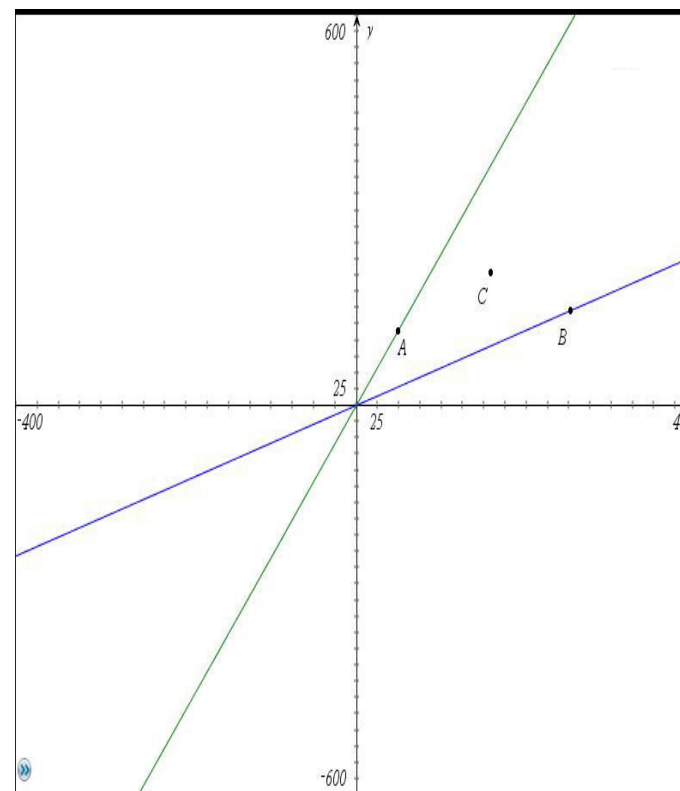
Estas graficas representan el costo de la mezcla de petróleo Maya y Brent, cuyo costo del petróleo Maya es de \$400 y el costo del petróleo Brent es de \$900

- De acuerdo a la gráfica y al problema del petróleo, interpreta en términos de mezclas, cantidades y costos, qué significa el:

Punto A _____

Punto B _____

Punto C _____



Actividad 3

Explica en tus propias palabras según el siguiente modelo, cuál es el costo máximo y mínimo por barril que puede tener la mezcla de petróleo Maya y Brent, es decir:

$$\frac{395x + 545y}{x + y}$$

Evidencia:

El costo mínimo es de 395,
que es el costo de un barril
de petróleo Maya

El costo máximo es de
545 que es el costo de
barril de petróleo Brent

ya que si el costo rebasa esos límites
la mezcla sería imposible de realizar
puesto que si uno de los resultados me
resulta negativo, quiere decir que esa
mezcla es incorrecta y no posible de realizar.

Punto A: Representa un punto de la recta, con una de las muchas soluciones que hacen posible la mezcla del petróleo Maya y Brent, con un costo aproximado a \$650 cada barril de la mezcla de Petróleo Maya y Brent.

Punto B: Representa un punto de la recta, con una de las muchas soluciones que hacen posible la mezcla del petróleo Maya y Brent, con un costo aproximado a \$450 cada barril de la Mezcla de petróleo Maya y Brent.

Punto C: siendo un punto medio entre A y B su costo sería de más o menos \$550, y el punto C, representa una de las muchas soluciones que hacen posible la mezcla de petróleo Maya y Brent.

Conclusiones

- Estas actividades permitieron a los estudiantes explorar el modelo y observar que las representaciones de la ecuación lineal son simplemente maneras diferentes de expresar la misma idea.
- Se reconocieron algunas características del uso de la variable en una relación funcional como por ejemplo:
 - ❖ Reconocer correspondencia entre variables relacionadas, (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas)
 - ❖ Simbolizar una relación funcional, con base en el análisis de los datos de un problema.
- Por otra parte, el uso de la tecnología permitió a los estudiantes un nuevo ciclo de comprensión, en el cual se vio reflejado la relación entre los conceptos de solución de una ecuación lineal y variable.

Referencias bibliográficas

- Lesh, R, y Doerr, H. M, (2003). Foundations of models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning and problem solving, en R. Lesh y H. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism: Model and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching* (pp. 3- 33). Mahwah,NJ: Erlbaum.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.:NCTM, 2000
- Stroup, W.M., Ares, N.M., Hurford, A.C., & Lesh, R.A. (2007). Diversity-by-design: The why, what, and how of generativity in next-generation classroom networks. In R.A. Lesh, E. Hamilton, & J.J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education*. (p.367-393). Mahawah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Vargas-Alejo, V., & Cristóbal-Escalante, C. (2012). Developing Mathematical Competences, Learning Linear Equations, Functions and the relation among these Concepts. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(7), 50-57.