



COMUNIDAD DE MATEMÁTICAS EN CUDI  
PRIMER ENCUENTRO VIRTUAL  
DE ESTUDIANTES DE POSGRADO EN MATEMÁTICA  
EDUCATIVA

---

Universidad Autónoma de Zacatecas  
“Francisco García Salinas”

Unidad Académica de Matemáticas  
Maestría en Matemática Educativa

Presenta:

Ismael Hurtado Pereida

Dirección del trabajo:

Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís

Dr. José Iván López Flores

**La noción de conservación del área en la  
resignificación de la integral definida. Un análisis  
bibliográfico.**

Zacatecas, Zac. Noviembre de 2014.

# Motivación

- ▶ El concepto de integral definida es un concepto que se aborda en el último año del bachillerato y primero de la universidad (Cabañas-Sánchez, 2011).
- ▶ Fundamental dentro del estudio del Análisis Matemático por su conexión con actividades como el cálculo de áreas, volumen, centro de masa, flujo, temperatura, entre otras además de, su utilidad en cuanto a aplicaciones en distintas áreas del conocimiento (Kouropatov & Dreyfus, 2014; Cabañas-Sánchez, 2011).
- ▶ El enfoque clásico plantea la enseñanza del cálculo integral:
  - ▶ Anti-derivadas para calcular áreas.
  - ▶ Cálculos algorítmicos con lo que raramente adquieren una comprensión respecto al concepto de integral.
- ▶ Revisión del trabajo de Cabañas-Sánchez, 2011.

# Acercamiento a la problemática

- ▶ La comprensión de la **integración vista como el límite de una suma**.
- ▶ Encontrar el área cuando la curva cruza un eje.
- ▶ Abstracción insuficiente de la imagen del concepto de integral, ligado al área como contexto
- ▶ Gran parte de los estudiantes no parecen ser capaces de **explicar la definición de integral definida ni aplicarla**.
- ▶ Trabajo algorítmico y aprendizajes memorísticos, manipulación de reglas sin sentido para los estudiantes.
- ▶ Funcionamiento del sistema de enseñanza.
- ▶ Limitaciones en los estudiantes respecto a los **significados de la integral definida**.
- ▶ Profesores y estudiantes aprenden a decir que la resta  $\int_a^b f(x) = F(b) - F(a)$  calcula el área bajo la curva pero no pueden explicar por qué.

# Cabañas-Sánchez, 2011

- ▶ El Papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico.
  - ▶ Analiza desde las prácticas del salón de clase “una resignificación de la integral definida (vista como área bajo la curva) desde una perspectiva que articula usos, contextos y procedimientos del área con la conservación del área de regiones planas.
  - ▶ Estudió el papel de la conservación del área en el contexto de los polígonos convexos y no convexos, así como en regiones limitadas por la gráfica de una función polinómica, continua y positiva en un intervalo cerrado.
  - ▶ La conservación del área de regiones planas ayudó a que la mayoría de los argumentos de los estudiantes estuvieran centrados en los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el concepto el área contribuyendo a resignificar a la integral definida (el por qué de la conservación del área con la integral definida).

	TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS	TRANSFORMACIONES ANALÍTICAS
Usos del área	Medir, comparar, <b>CONSERVAR</b> , representar regiones de áreas planas	Medir, comparar, estimar (o aproximar) y representar regiones de áreas planas
Contextos	Polígonos convexos y no convexos	Funciones polinómicas $f(x)=kx^n$ , $k, n$ ( $n>0$ ) continuas en un intervalo $[a,b]$ .
Procedimientos	Composición y descomposición de figuras, asimetrías en el plano o bien en teoremas, axiomas, propiedades de las figuras geométricas, en relaciones matemáticas generales, así como en otros conceptos matemáticos.	Procesos de aproximación, partición del intervalo, sumas de Riemann, integral definida, fórmulas básicas para el cálculo de área.

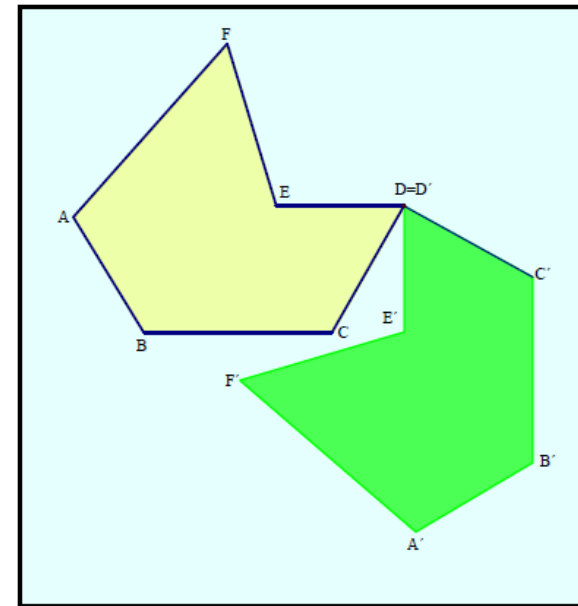
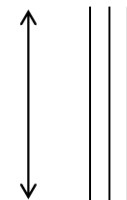
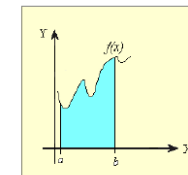
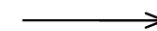
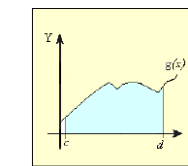
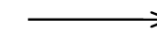


Figura II.3. Transformación basada en un giro.

$$A = \int_a^b f(x) dx$$



$$A = \int_c^d g(x) dx$$



- Esquema general para la resignificación de la integral definida.

# Aproximación al estudio de la conservación del área

- ▶ Se va a entender como toda transformación que deja sin cambios la medida del área de una región limitada y se derivan de transformaciones sobre objetos geométricos o analíticos, mediante distintos procedimientos o métodos (Cabañas-Sánchez, 2011).
- ▶ Previo a la definición de integral, es preciso estudiar la noción de área a través de actividades que viven en los estudiantes, en y fuera del aula y que incluyen a la medición, la comparación y la conservación (Cabañas y Cantoral, 2005a, 2005b).
- ▶ Aunque estemos en un nivel superior y se trabaje con objetos formales, se requiere que los estudiantes sean introducidos con actividades previas que tomen en cuenta principios esenciales como la conservación. Luego, se deben poner en movimiento prácticas como la conservación y conceptos asociados (Cabañas y Cantoral, 2005b, en Cabañas y Cantoral, 2005a).

# ¿Qué se ha hecho para llevar a la idea de conservar el área?

Alriavindrafunny, Amin, Lukito & Wijers, 2013; Alriavindrafunny, 2014; Cabañas & Cantoral, 2009; Cabañas y Cantoral, 2005a; Cabañas y Cantoral, 2005b; Cabañas y Cantoral, 2005c; Cabañas-Sánchez, 2005; Fiangga, 2013; Kodarki y Potari, 1998; Kodarki, 2003; Kospentaris, Spyrou & Lappas, 2011.

## Contextos en que se ha analizado:

- ▶ Argumentaciones en situación de aula en transformaciones geométricas y analíticas en polígonos convexos, triángulos, representaciones gráficas y analíticas, transformaciones de gráficas de funciones, conservando el área bajo la gráfica e interpretar geoméricamente los resultados de integrales, entornos computacionales.

## Actividades que llevan a la idea de conservación:

- ▶ Reconponer figuras, trasladar, recortar, reacomodar, pegar, repartir, medir y cuantificar, comparar y reproducir.

- ▶ La **conservación** cuando se refieren a la relación de paralelismo y a los elementos de la fórmula del área de triángulos o simular movimientos sobre figuras;
- ▶ la **comparación** cuando realizan la relación entre área de los tres polígonos (triángulos);
- ▶ la **medida** del área cuando gestionan el uso de la fórmula para calcular el área de los triángulos.



# Algunas reflexiones

- ▶ El currículo, la escuela, el profesor, los libros de texto y el entorno sociocultural de cada estudiante han contribuido para que (esos elementos) aparezcan.
- ▶ Un elemento fundamental que guía dentro de las prácticas escolares son los libros de texto, luego, esto me lleva a cuestionarme:
- ▶ Hay un reconocimiento en cuanto a ciertas dificultades respecto a la interpretación y al hecho de que si la integral no está asociada al cálculo del área bajo la curva, se muestren grandes dificultades para su interpretación.
- ▶ **Pregunta:** ¿Cuáles son los usos, contextos y procedimientos que se le dan al estudio del área dentro de los libros de texto de matemáticas en la educación básica?

# Objetivos

- ▶ Esta investigación tiene el interés de revisar los programas de estudio y libros de matemáticas utilizados en educación básica con la intención de encontrar el desarrollo de la noción de conservación del área.
  - ▶ Identificar cómo se está desarrollando la noción de conservación del área en los libros de educación básica.
  - ▶ Qué tipo de actividades se plantean en los libros de texto para el cálculo de áreas.
  - ▶ Identificar qué tipo de transformaciones se asocian a los cálculos de área.

## Fundamento teórico (Socioepistemología)

- ▶ La *Socioepistemología* atiende el problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional (Cantoral y Farfán, 2008 en Cabañas-Sánchez, 2011).
- ▶ La resignificación de la integral definida en el contexto de una situación de aprendizaje (centro de la investigación).
- ▶ Explicar sobre la construcción social del conocimiento, centrado en un desarrollo de usos, que emergen de una práctica social, “*la conservación del área*”, sobre regiones planas.
- ▶ Se desarrolla una epistemología de prácticas para la resignificación de la integral definida a partir de prácticas sociales en este caso la conservación del área.

# Metodología

- ▶ Aquellos libros que usan cotidianamente profesores y alumnos a lo largo de un curso escolar en el proceso de enseñanza aprendizaje de un área del conocimiento (González y Sierra, 2004).

Dar explicaciones sobre los usos, contextos y procedimientos en que se presenta el área y en particular la conservación.



Ofrecer un punto de referencia o perspectiva para propuestas didácticas en torno a la integral definida (vista como área bajo la curva)

# Referencias

- Alriavindrafunny, R. (2014). Students' initial understanding of the concept of conservation of area. *Journal on Mathematics Education (JME)*, 5 (01), pp. 57-65.
- Alriavindrafunny, R., M Amin, S., Lukito, A., & Wijers, M. (2013). *Understanding the Concept of Conservation of Area: Recomposing a Shape Will Preserve Its Area*.
- Bezuidenhout, J. & Olivier, A. (2000). Students' conceptions of the integral. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME24)*, Japón, vol. 2, pp. 73-80.
- Cabañas G., y Cantoral, R. (2005a). Un estudio sobre la reproducibilidad de situaciones didácticas: el papel de la noción de conservación del área en la explicación escolar. *Resúmenes de la decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Uruguay: Clame, p. 60.
- Cabañas, G. & Cantoral, R. (2009). Perception of the notions of conservation, comparison and measurement of the area. A study through arguments in the classroom. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica), Supplemento n.4 al n. 19*, 97-104.
- Cabañas, G. y Cantoral, R. (2005b). La conservación en el estudio de área. En Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R., Lezama, J., y Romo, A. (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. México: Reverté Ediciones-comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A. C. (en prensa)
- Cabañas, G. y Cantoral, R. (2005c). La conservación en el estudio de área. En Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R., Lezama, J., y Romo, A. (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. México: Reverté Ediciones-comité Latinoamericano de Matemática Educativa, A. C. (en prensa)

- Cabañas-Sánchez, G. (2005). La noción de conservación en el estudio del área. En Lezama, J., Sánchez, M. y Molina, J. (Eds.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 457-462. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cabañas-Sánchez, G. (2011). El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico (tesis inédita de doctorado). Cinvestav–IPN, México, D.F.
- Camacho, M., Depool, R., y Garbín, S. (2008). Integral definida en diversos contextos. Un estudio de casos. *Educación Matemática*, 20(3), 32-57.
- Cordero, F. (2003). Reconstrucción de significados del cálculo integral: La noción de acumulación como una argumentación. México. Editorial Iberoamerica.
- Fiangga, S. (2013). First Cycle on Designing the Tangram Game Activities as an Introduction to the Concept of Area Conservation Game Activity for 3rd Grade (9-10 Years Old). Zulkardi (2013). *Proceeding The First South East Asia Design/Development Research (SEA-DR) International Conference*, Sriwijaya University, Palembang, April 22nd-23rd.
- Kodarki, M. & Potari, D. (1998). A learning environment for the conservation of área and its measurement: a computer microworld. *Computers and Education* 31(4) 405-422.
- Kodarki, M. (2003). The effect of tools of a computer microworld on student's strategies regarding the concept of conservation of área. *Educational Studies in Mathematical* 52(2), 177-209.
- Kospentaris, G., Spyrou, P., & Lappas, D. (2011). Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks. *Educ Stud Math*, 77, 105-127.

- Kouropatov, A., & Dreyfus, T. (2014). Learning the integral concept by constructing knowledge about accumulation. *ZDM*, 46(4), 533-548. doi: 10.1007/s11858-014-0571-5
- Orton, A. (1983). Students' understanding of integration. *Educational Studies in Mathematics*, 14 (1), 1-18.
- Ramírez, P., Muñoz, M. e Ibarra, K. (2011). Aprendizaje de la Integral Definida en estudiantes de Ingeniería. *ReCalc*, 3, 32-42.
- Rasslan, S. & Tall, D. (2002). Definitions and Images for the Definite Integral Concept, in: A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.). *Proceedings of the 26th Conference PME, Norwich*, 4, 89-96.
- Rondero, C., y López, R. (2013). Otros significados epistemológicos de la integral definida. En Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 26, 1085-1092. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Thomas, M. O. J., & Hong, Y. Y. (1996). The Riemann integral in calculus: Students' processes and concepts. In P. C. Clarkson (Ed.), *Proceedings of the 19th Mathematics Education Research Group of Australasia Conference* (pp. 572-579). Australia: Melbourne.
- Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8(3), 265-286.
- González, M. T. & Sierra, M. (2004). Metodología del análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos de la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 22(3), 389-408.